LYCÉE PILOTE DU KEF

Devoir de synthèse N° 3

Classe : 2S2

Durée : 2H

Ex n°1 : Soit $R = (O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthogonal du plan.

On considère les fonctions f et g définies par :

$f(x) = -\frac{1}{2}(x-1)^2$ et $g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}$

1) a - Tracer $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans le repère R

b - Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a : $g(x) = f(x) + 2$

c - Tracer alors $\mathscr{C}'$ la courbe représentative de g dans le repère R

d - En déduire le tableau de variation de g.

2) Soit Δ la droite d'équation : $x - 2y + 1 = 0$

1 - Déterminer les coordonnées des points d'intersection de Δ et $\mathscr{C}'$

2 - Résoudre graphiquement les solutions de l'inéquation.

$g(x) \leq \frac{x+1}{2}$

3) Soit h la fonction définie par : $h(x) = -\frac{1}{2}x^2 + |x| + \frac{3}{2}$

1 - Vérifier que h est paire.

2 - Tracer alors $\mathscr{C}''$ la courbe représentative de h dans R.

Ex n°2 : On considère dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan les points $A(4,5)$, $B(-2,2)$ et $C(5,3)$

1) a - Vérifier que A, B et C ne sont pas alignés

b - Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB)

2) Soit (D) la droite d'équation : $x - 2y + 1 = 0$

a - Vérifier que $C \in (D)$

b - Montrer que (AB) et (D) sont parallèles.

c - La droite (D) coupe l'axe des abscisses en un point M, calculer les coordonnées de M.

d - Montrer que $ABMC$ est un parallélogramme

3 - Pour tout réel m, on considère

$$\Delta_m = \{M(x,y) \text{ tq } (2m+1)x - (m-1)y - 3m = 0\}$$

a - Vérifier que pour tout $m \in \mathbb{R}$, Δ_m est une droite.

b - Déterminer m pour que Δ_m soit parallèle à (D)

c - Existe-t-il m pour que Δ_m soit perpendiculaire à (D)

d - Montrer que toutes les droites Δ_m passent par un point fixe K que l'on déterminera.

4 - Soit $\mathscr{C} = \{M(x,y) \text{ tq } x^2 + y^2 + 2x - 2y - 3 = 0\}$

a - Montrer que $\mathscr{C}$ est un cercle dont on précisera le centre I et le rayon.

b - Montrer que $\mathscr{C}$ et D sont sécants.

Barème 10pts + 10pts.

Bonne chance.